الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة التعليم المتوسط — دورة : ماي **2016**

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ساعتان

**الجزء الأول: (12 نقطة )**

**التمرين الأول: (03 نقاط)**

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832.

2) اكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

3) اكتب العدد $A=\sqrt{1053}+2\sqrt{832}-8\sqrt{117}$ على الشكل $a\sqrt{13}$ حيث $a$ عدد طبيعي يطلب تعيينه.

**التمرين الثاني: (03 نقاط)**

1) تحقق من صحة المساواة التالية: $5(2x+1)(2x-1)=20x^2-5$

2) حلل العبارة $A$ بحيث: $A=(2x+1)(3x-7)-(20x^2-5)$

3) حل المتراجحة: $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$

– مثل حلولها بيانيا.

**التمرين الثالث: (2,5 نقطة)**

$f$ دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ يشمل النقطتين $A(2\ ;\ 5)$ و $B(-1\ ;\ -4)$.

1) بيّن أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية $f$ هي: $f(x)=3x-1$ .

2) لتكن النقطة $C(4\ ;\ 11)$ من المستوي، هل النقط $A$ ، $B$ ، $C$ على استقامة واحدة ؟

3) أوجد العدد الذي صورته $29$ بالدالة $f$ .

**التمرين الرابع: (3,5 نقطة)**

1) أنشئ المثلث $EFG$ القائم في $F$ حيث: $EF=FG=4\ cm$ .

2) أنشئ النقطتين: $D$ صورة النقطة $F$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$ .

$C$ صورة النقطة $E$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$ .

3) بيّن أن الرباعي $EGDC$ مربع.

– احسب مساحته.

4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث: $\vec{U}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{FG}$ ، بيّن أن: $\vec{U}=\overrightarrow{ED}$

**الجزء الثاني: ( 08 نقاط )**

**المسألة:**

لجدك قطعة أرض لها الشكل المقابل حيث:

$ABCD$ مستطيل أبعاده $50\ m$ و $40\ m$

و $M$ نقطة من $[DC]$ حيث: $DM = 20\ m$

$N$ نقطة تقاطع $(BC)$ و $(AM)$

A
50 m
B
40 m
D
20 m
M
C
N

**الجزء الأول:**

1) بيّن أن: $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$.

2) احسب الطول $BN$.

3) احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $MAD$.

**الجزء الثاني:**

وهب جدك لأبيك وعمك القطعة $MCN$ ليقسمانها بينهما بالعدل.

1) اقترح عمك أن تكون النقطة $E$ صورة النقطة $M$ بالدوران الذي مركزه $C$ وزاويته $90°$ في الاتجاه الموجب هي بداية الخط الفاصل $[EM]$ بين القطعتين $MNE$ و $MCE$ الناتجتين عن هذه القسمة.

أثبت أنه كان محقا في اختياره.

2) تحصل أبوك على مبلغ $5,4 \times 10^6\ DA$ من عملية بيع قطعته الأرضية $MNE$ بعد دفعه ضريبة نسبتها $20\ \%$ على المبلغ الإجمالي للقطعة.

– حدّد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة واكتبه كتابة علمية.

**الإجابة النموذجية لموضوع امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة: ماي 2016**

**اختبار مادة: الرياضيات المدة: ساعتان**

| عناصر الإجابة | العلامة: مجزأة | العلامة: مجموع |
|---|---|---|
| **الجزء الأول: (12 نقطة )** | | |
| **حل التمرين الأول: (3 نقاط)** | | |
| 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832: <br> $1053 = 832 \times 1 + 221$ <br> $832 = 221 \times 3 + 169$ <br> $221 = 169 \times 1 + 52$ <br> $169 = 52 \times 3 + 13$ <br> $52 = 13 \times 4 + 0$ | 3×0,25 | 1 |
| آخر باق غير معدوم هو $13$ إذن: $PGCD(1053\ ;\ 832) = 13$ | 0,25 | |
| 2) كتابة الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال: <br> $\frac{1053}{832} = \frac{1053 \div 13}{832 \div 13} = \frac{81}{64}$ | 2×0,25 | 0,5 |
| 3) كتابة العدد $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على شكل $a\sqrt{13}$ حيث $a$ عدد طبيعي يطلب تعيينه: <br> لدينا: $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ ومنه: $A = \sqrt{81 \times 13} + 2\sqrt{64 \times 13} - 8\sqrt{9 \times 13}$ | 3×0,25 | 1,5 |
| وعليه: $A = 9\sqrt{13} + 2 \times 8\sqrt{13} - 8 \times 3\sqrt{13}$ أي: $A = (9 + 16 - 24)\sqrt{13}$ | 0,25 | |
| وبالتالي: $A = \sqrt{13}$ حيث: $a = 1$ وهو عدد طبيعي. | 2×0,25 | |
| **حل التمرين الثاني: (3 نقاط)** | | |
| 1) التحقق من صحة المساواة $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$: <br> لدينا: $5(2x+1)(2x-1) = 5\left[(2x)^2 - 1^2\right]$ <br> ومنه: $5(2x+1)(2x-1) = 5(4x^2 - 1)$ أي: $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$ | 3×0,25 | 0,75 |
| **ملاحظة:** يمكن التحقق من صحة المساواة بطريقة أخرى. | | |
| 2) تحليل العبارة $A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)$: <br> بما أن: $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$ <br> فإن: $A = (2x+1)(3x-7) - 5(2x+1)(2x-1)$ <br> أي: $A = (2x+1)[(3x-7) - 5(2x-1)]$ <br> وبالتالي: $A = (2x+1)(3x - 7 - 10x + 5)$ <br> ومنه: $A = (2x+1)(-7x-2)$ | 3×0,25 | 1 |
| 3) حل المتراجحة $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$: | 0,25 | |

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$ تعني أن: $-14x^2-11x-2<20-14x^2$<br>أي: $-14x^2-11x+14x^2<2+20$ ومنه: $-11x<22$ بالقسمة على $(-11)$ نجد: $x>-2$<br>وبالتالي حلول المتراجحة $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$ هي كل القيم $x$ الأكبر تماما من $(-2)$.<br>– تمثيل حلول المتراجحة بيانيا:<br>حلول المتراجحة $-2$ | 0,25<br>2×0,25<br>0,25<br>0,25 | 1,25 |
| **حل التمرين الثالث: ( 2,5 نقطة)**<br>1) إثبات أن $f(x)=3x-1$ :<br>بما أن التمثيل البياني للدالة $f$ يشمل النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$<br>فإن: $f(2)=5$ و $f(-1)=-4$<br>وعليه: $a=\frac{f(2)-f(-1)}{2+1}=\frac{5+4}{3}=3$ و: $b=f(2)-a\times2=5-3\times2=-1$<br>وبالتالي: $f(x)=3x-1$ . | 0,25<br>2×0,25<br>0,25 | 1 |
| 2) معرفة هل النقط $A$ ، $B$ ، $C$ على استقامة واحدة :<br>بما أن $f(4)=3\times4-1=12-1=11$<br>وعليه $C\in(AB)$ وبالتالي النقط $A$ ، $B$ ، $C$ على استقامة واحدة. | 0,25<br>0,25 | 0,5 |
| 3) إيجاد العدد الذي صورته $29$ بالدالة $f$ :<br>لدينا: $f(x)=29$ ومنه: $3x-1=29$ وعليه: $3x=30$ أي: $x=\frac{30}{3}=10$<br>وبالتالي العدد الذي صورته $29$ بالدالة $f$ هو 10. | 3×0,25<br>0,25 | 1 |
| **حل التمرين الرابع: ( 3,5 نقطة)**<br>1) إنشاء المثلث $EFG$ القائم في $F$ :<br>E C F G D 4 cm | 3×0,25 | 0,75 |

**الإجابة النموذجية لموضوع امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة: ماي 2016**

**اختبار مادة: الرياضيات المدة: ساعتان**

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| 2) إنشاء النقطتين: $D$ صورة $F$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$. | | |
| $C$صورة $E$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$. | | |
| 3) إثبات أن الرباعي $EGDC$ مربع ثم حساب مساحته: | | |
| $C$ هي صورة $E$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$ معناه $\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{EC}$ | 0,25 | |
| أي أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع. | 0,25 | **1,25** |
| بما أن: $FG=EF=FD=4cm$ فإن: $FG=\frac{1}{2}ED$ ( في المثلث $EGD$ طول المتوسط المتعلق | | |
| بالضلع $[ED]$ يساوي نصف طول هذا الضلع، فالمثلث $EGD$ قائم في $G$ (خاصية)). | 0,25 | |
| $[ED]$ ، $[CG]$ قطرا متوازي الأضلاع $EGDC$ متعامدان فهو معين. | 0,25 | |
| للمعين $EGDC$ زاوية قائمة $\left(E\hat{G}F=90°\right)$فهو مربع. | 0,25 | |
| **ملاحظة:** يمكن استعمال خواص القطران: متعامدان ومتناصفان ومتقايسان فالرباعي مربع. | | |
| لتكن $A$ مساحة المربع $EGDC$: $A=c^2=EG^2$ | | |
| بتطبيق نظرية فيثاغورث لدينا: $EG^2=EF^2+FG^2=4^2+4^2=32$ | 0,25 | |
| ومنه: $EG=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ | 0,25 | **0,75** |
| $A=c^2=EG^2=\left(\sqrt{32}\right)^2=32$ | | |
| وبالتالي مساحة المربع $EGDC$ هي $32\ cm^2$. | 0,25 | |
| 4) لدينا: $\vec{U}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{FG}=\left(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}\right)+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}$ ( حسب علاقة شال ) | 2×0,25 | **0,75** |
| بما أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع فإن: $\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{ED}$ وعليه: $\vec{U}=\overrightarrow{ED}$. | 0,25 | |
| **الجزء الثاني: (المسألة)** | | |
| **الجزء الأول:** | | |
| **1)** إثبات أن $\frac{MA}{MN}=\frac{2}{3}$: | | |
| لدينا: $(NC)//(AD)$ والنقط $A,M,N$ و $D,M,C$ استقامية بنفس الترتيب حسب نظرية طالس: | | |
| $\frac{MA}{MN}=\frac{MD}{MC}=\frac{AD}{CN}$ ..... (1) | | |
| بما أن: $MC=CD-MD=50-20=30$ | | |
| فإن: $\frac{MA}{MN}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$ | | |
| **2)** حساب الطول $BN$: | | |
| من (1) لدينا: $\frac{MA}{MN}=\frac{AD}{CN}$ وعليه: $\frac{2}{3}=\frac{40}{CN}$ وبالتالي: $CN=\frac{40\times 3}{2}=60$ | | |

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| ومنه: $BN = BC + CN = 40 + 60 = 100$<br>وعليه: $BN = 100\ m$<br>**3)** حسابالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $MAD$ :<br>لدينا في المثلث $ADM$ القائم في $D$ : $\tan MAD = \frac{DM}{AM}$ أي: $\tan MAD = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$<br>باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة نجد: $MAD = 27°$<br>**الجزء الثاني:**<br>1) تعيين النقطة $E$صورة النقطة $M$ بالدوران الذي مركزه $C$ وزاويته $90°$بالاتجاه الموجب موضع القسمة.<br>M 30m C E N<br>إثبات أن العم كان محقا في اختياره:<br>$S_{MCE} = \frac{MC \times CE}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450$<br>لدينا: $EN = CN - CE = 60 - 30 = 30$<br>$S_{MEN} = \frac{EN \times CM}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450$<br>وعليه: $S_{MCE} = S_{MEN} = 450\ m^2$<br>وبالتالي العم كان محقا في اختياره.<br>2) تحديد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة:<br>بفرض سعر المتر المربع الواحد هو $x$ فإن المبلغ الإجمالي للقطعة بدلالة $x$ هو $450x$<br>من جهة أخرى المبلغ الإجمالي للقطعة بدون اقتطاع هو: **80** ٪ ⟶ $5,4 \times 10^6$<br>**100**٪ ⟶ $y$<br>أي: $y = \frac{5,4 \times 10^6}{80} \times 100 = 6,75 \times 10^6$<br>وعليه: $450x = 6.75 \times 10^6$<br>ومنه: $x = \frac{6,75 \times 10^6}{450} = 0,015 \times 10^6$<br>سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة هو: $15000 DA$.<br>الكتابة العلمية لسعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة: $1,5 \times 10^4\ DA$.<br>**ملاحظة:** يمكن كتابة المعادلة على شكل: $450\left(1 - \frac{20}{100}\right)x = 5,4 \times 10^6$ | | |

**الإجابة النموذجية لموضوع امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة: ماي 2016**

**اختبار مادة: الرياضيات المدة: ساعتان**

| العلامة | | عناصر الإجابة |
|---|---|---|
| مجموع | مجزأة | |

| السؤال | المعيار | المؤشرات | التنقـيط | مجزأة | مج |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | م1 | – استعمال نظرية طالس في الإثبات.<br>– استعمال نظرية طالس لحساب الطول $CN$.<br>– استنتاج الطول $BN$ .<br>– استعمال النسب المثلثية لإيجاد قيس الزاوية $MAD$ . | 0,5 إن وفق في مؤشر<br>1 إن وفق في مؤشرين<br>1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات أو أكثر. | 1,25 | **2,5** |
| | م2 | – الإثبات صحيح.<br>– حساب الصحيح للطول $BN$ .<br>– إيجاد قيس الزاوية $MAD$ بشكل صحيح. | 0,5 إن وفق في مؤشر<br>1 إن وفق في مؤشرين<br>1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات أو أكثر. | 1,25 | |
| 2 | م1 | تعيين صورة النقطة بدوران<br>حساب الطول $EN$.<br>حساب مساحة المثلثين.<br>مقارنة المساحتين.<br>ترييض الوضعية لحساب سعر المتر الواحد.<br>استعمال تطبيقات التناسبية لتحديد السعر.<br>الكتابة العلمية للسعر. | 0,5 إن وفق في مؤشر<br>0,75 إن وفق في مؤشرين<br>1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات<br>1,75إن وفق في أربع مؤشرات.<br>2 إن وفق في خمسة مؤشرات فأكثر. | 2 | **4** |
| | م2 | تعيين صورة النقطة $E$ بشكل صحيح.<br>حساب الطول $EN$ بشكل صحيح.<br>حساب المساحتين صحيح.<br>المقارنة صحيحة.<br>الترييض صحيح.<br>تحديد السعر صحيح.<br>الكتابة العلمية للسعر صحيح. | 0,5 إن وفق في مؤشر<br>0,75 إن وفق في مؤشرين<br>1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات<br>1,75إن وفق في أربع مؤشرات.<br>2 إن وفق في خمسة مؤشرات فأكثر. | **2** | |
| كل المسألة | م3 | – التسلسل المنطقي.<br>– معقولية النتائج.<br>– احترام وحدات القياس. | 0,5 إن وفق في مؤشر<br>1 إن وفق في مؤشرين فأكثر. | 1 | **1,5** |
| | م4 | – المقروئية .<br>– عدم التشطيب . | 0,25 إن وفق في مؤشر<br>0,5 إن وفق في مؤشرين | 0,5 | |

**م1 : التفسير السليم للوضعية.** **م3 : انسجام النتائج.**

**م2 :الاستعمال السليم للأدوات الرياضية.** **م4 : تقديم الورقة.**